

Équilibre dynamique d'une structure idéalement flexible dans un écoulement : application à la déformation des voiles.

Frédéric Hauville¹, Sébastien Mounoury¹, Yann Roux² & Jacques André Astolfi¹

¹ École Navale
Institut de Recherche de l'École Navale (IRENav EA 3634)
Lanvéoc Poulmic BP600 29240 Brest Armées
<http://www.ecole-navale.fr>

² Société K-EPSILON
30 rue de Richelieu 76087 Le Havre
<http://www.k-epsilon.com>

hauville@ecole-navale.fr

Résumé :

Le coût élevé des essais en bassin de carène associé aux performances accrues des moyens de calcul amènent les architectes navals à utiliser de plus en plus les outils de simulations numériques pour la conception de voiliers. Ainsi, de nouveaux VPP (Velocity Prediction Programm) entièrement numériques se sont développés -Roux et al. (2002). Ces outils, basés sur la modélisation aéroélastique des voiles couplée à un modèle d'écoulement hydrodynamique avec surface libre autour de la carène, permettent la modélisation numérique d'un voilier en navigation réelle. L'étude présentée traite de la modélisation aéroélastique. Elle porte sur l'interaction d'une structure tridimensionnelle idéalement flexible avec un écoulement instationnaire. L'objectif est d'inclure la déformation et le déplacement du câble supportant la voile d'avant du voilier (l'étai) qui modifie le volume de la voile et donc le fonctionnement du voilier. Le problème aéroélastique couplé est résolu par une méthode itérative où les simulations élastiques et aérodynamiques se succèdent pour converger vers un équilibre statique. Nous introduisons plus particulièrement dans ce travail la résolution mécanique d'un câble soumis à un chargement tridimensionnel par une méthode variationnelle et son couplage avec la voile. Le comportement mécanique de la voile est modélisé par un système de réseau de fils -Le Maître (1998)- et l'écoulement aérodynamique par une méthode de surface portante associée à une méthode particulière -Charvet et al. (1996). Nous présentons les résultats d'un calcul aéroélastique d'une voile sur son étai soumis à un écoulement de fluide parfait dans lesquels l'influence d'un étai libre sur le comportement d'une voile est mis en évidence.

Mots-clefs :

interaction fluide structure ; réseau de fils ; méthode particulière ; structures souples ; dynamique du voilier

1 Introduction

La modélisation du comportement mécanique des voiles de bateau a déjà donné lieu à plusieurs travaux qui n'ont pas toujours conduit à publications, le secret étant souvent de mise. Le modèle de Charvet (1992) décompose le comportement de la voile en une superposition de deux sous-modèles. Dans le premier, la voile est considérée parfaitement flexible et inextensible. Les solutions admissibles sont celles qui conservent les distances entre nœuds voisins et qui maximisent le travail des forces externes. Dans le deuxième, la déformation élastique de la voile est calculée par un modèle de coque mince. Les déplacements sont considérés comme infinitésimaux et les formulations en élasticité sont linéarisées. Cette méthode conduit à des résultats non réalistes lorsque les frontières de la voile sont libres et peuvent subir de grands déplacements, lorsque le module d'Young diminue et lorsque les surfaces sont planes ou quasi-planes. Muttin (1989) a développé une approche du comportement d'une voile par une succession de déplacements infinitésimaux d'une membrane. Entre deux déplacements il résout le problème d'élasticité linéaire. Une déformation finie est ainsi calculée à partir de la série de déformation infinitésimale. Mais le modèle n'est valide que pour les approches incluant une déformation élastique, il n'est plus applicable pour les cas de figure où seules les déformations souples rentrent en jeu sans inclure de variation de l'énergie interne. Un modèle non linéaire prenant en compte simultanément les déformations souples et élastiques est nécessaire, c'est ce que propose le modèle développé par J.E. Souza De Cursi et O. Le Maître -Le Maître *et al.* (1996). Ce modèle approche la surface d'une voile par un réseau de fils constitué de deux familles de fils perpendiculaires. Il permet de prendre en compte à la fois les déformations élastiques et les grands déplacements que la voile subit du fait de sa très grande flexibilité. Néanmoins, ce modèle ne permet pas de traiter les voiles "moulées" type 3DL ou D4. Des travaux plus récents sur des codes membranaires ont permis de prendre en compte les non-linéarités géométriques liées aux déplacements des voiles et le comportement spécifique des tissus -Valette (2001); Heppel (2002).

Nous présentons dans ce travail l'optimisation d'un modèle d'interaction fluide structure -Hauville *et al.* (2003)- par la prise en compte de la déformation et du déplacement du câble supportant la voile d'avant : l'étai. En effet, le volume de la voile, d'une part, et la configuration du bord d'attaque de la voile, d'autre part, qui sont largement influencés par la flèche d'étai, modifient les performances du bateau.

La première partie est consacrée à la description du modèle de câble soumis à un chargement tridimensionnel et à sa validation sur le problème de la chaînette. Dans la deuxième partie nous décrivons la modélisation numérique d'une voile et le couplage avec l'étai. La troisième partie reprend succinctement la description de la méthode fluide employée. Dans la dernière partie, l'influence d'un étai libre sur le comportement d'une voile, évoqué par Valette (2001), est mis en évidence.

2 Mécanique du fil et modélisation

Les câbles et les fils sont des structures souples caractérisées par une section de dimension négligeable par rapport à la longueur. Ils ont la particularité de n'avoir comme efforts internes que des efforts de traction. Ils sont soumis à de grands déplacements, ce qui rend leur analyse mécanique fortement non-linéaire.

2.1 Hypothèses

Le modèle de fil, basé sur les travaux de Souza De Cursi (1992), repose sur les hypothèses suivantes :

- Le fil est une structure unidimensionnelle qui est entièrement décrit par sa ligne moyenne.
- Le fil n'admet pas de déformation élastique transversale : la section du fil reste constante.
- Le fil ne peut supporter aucun moment de flexion ni de torsion : le fil est considéré comme une structure idéalement flexible.
- Le fil a un comportement unilatéral : il ne peut transmettre des efforts de compression (allongement négatif).
- Nous restons dans le domaine des petites déformations élastiques ce qui nous permet de reprendre les approximations faites dans la théorie de l'élasticité linéaire.

Les efforts internes se résument à des efforts de traction, ce qui simplifie l'expression du tenseur des contraintes. Ces tensions sont tangentes au fil en tout point (conservation du moment angulaire). Le fil est susceptible de subir de grands déplacements (appelés aussi déformations souples) ce qui empêche toutes approximations sur ceux-ci.

2.2 Formulation du problème

Nous considérons un câble caractérisé par sa longueur naturelle L , sa section A , son module d'Young E et sa masse volumique ρ . Chaque point physique de la configuration de référence du câble est repéré par l'abscisse curviligne $s \in [0, L]$. Une liaison rotule est imposée aux extrémités du câble S_1 et S_2 du câble. Le centre de cette liaison est fixe dans le repère absolu. A cette coordonnée lagrangienne s est associée un vecteur position $\underline{\mathbf{r}}(s) \in \mathcal{R}^3$ permettant de décrire la configuration courante du câble. Un vecteur $\underline{\mathbf{t}}(s)$ tangent à la ligne moyenne en tout point s est défini par :

$$\underline{\mathbf{t}}(s) = \frac{\frac{\partial \underline{\mathbf{r}}(s)}{\partial s}}{\left\| \frac{\partial \underline{\mathbf{r}}(s)}{\partial s} \right\|} \quad (1)$$

La configuration initiale arbitraire pour le problème fortement non linéaire de la chaînette (catenaria) est un demi-cercle de longueur L (pas de précontrainte) dans le plan Oxz ($s_1(0, 0, 0)$, $s_2(\frac{2L}{\pi}, 0, 0)$). Le chargement extérieur considéré est le poids de la structure $\underline{\mathbf{P}} = AL\rho\mathbf{g}$. La réponse de la structure pour l'équilibre se traduit par des déplacements $\underline{\mathbf{r}}(s)$ et des déformations élastiques $\underline{\mathbf{T}}(s)\underline{\mathbf{t}}(s)$. L'équation du mouvement exprimant l'équilibre statique du câble peut être posée comme suit :

$$\frac{d\underline{\mathbf{T}}(s)}{ds} + A\rho\underline{\mathbf{g}} = \underline{\mathbf{0}} \quad (2)$$

Le développement de l'expression de la tension fait apparaître dans cette équation l'inconnue du problème, le vecteur position $\underline{\mathbf{r}}(s)$. Afin de résoudre plus facilement l'équation 2, nous appliquons le principe des puissances virtuelles entre les deux extrémités du câble où $\underline{\mathbf{V}}^*$ est une vitesse virtuelle :

$$\int_{s_1}^{s_2} [\underline{\mathbf{T}}(s) \cdot \frac{d\underline{\mathbf{V}}^*}{ds} - A\rho\underline{\mathbf{g}} \cdot \underline{\mathbf{V}}^*] ds = \underline{\mathbf{0}} \quad (3)$$

Ces tensions $\underline{\mathbf{T}}(s)$ sont dues aux efforts de cohésion du matériau. Elles apparaissent comme une réponse de la structure au chargement extérieur. En effet, sous la contrainte de ce dernier, la structure va se déformer de deux manières :

- une déformation élastique, qui correspond ici à une modification de la longueur entre les points de la structure sur la ligne moyenne. C'est cette déformation qui va induire des forces internes.

- une déformation souple qui n'est en fait qu'un déplacement de la structure par translation et rotation qui entraîne un changement d'orientation des forces internes sans en modifier leur intensité.

La loi de comportement du matériau permet de faire le lien entre les forces internes et les déformations pour déterminer la configuration géométrique :

$$\underline{\mathbf{T}}(s) = A E(\alpha(s) - 1) \underline{\mathbf{t}}(s) \geq 0 \quad (4)$$

Où $\alpha(s)$ représente la dilatation longitudinale qui est le rapport entre la longueur d'arc courante et la longueur d'arc naturelle :

$$\alpha(s) = \left\| \frac{d\mathbf{r}(s)}{ds} \right\| \quad \text{si} \quad \left\| \frac{d\mathbf{r}(s)}{ds} \right\| \geq 1 \quad \text{et} \quad \alpha(s) = 1 \quad \text{si} \quad \left\| \frac{d\mathbf{r}(s)}{ds} \right\| < 1 \quad (5)$$

Finalement, l'équation traduisant l'équilibre du câble à résoudre est :

$$\int_{s_1}^{s_2} [A E (\alpha(s) - 1) \underline{\mathbf{t}} \cdot \frac{d\mathbf{V}^*}{ds} - A \rho \underline{\mathbf{g}} \cdot \mathbf{V}^*] ds = \underline{\mathbf{0}} \quad (6)$$

2.3 Analyse numérique

L'équation 6, discrétisée à l'aide de la méthode des éléments finis, est résolue de manière approchée par une méthode itérative directe. Le câble est discrétisé en N_e éléments linéaires à deux nœuds indicés $i \in [0, N_n = N_e + 1]$. La masse de l'élément linéaire est concentrée en ses nœuds. Les deux nœuds indicés i et $i + 1$ sont séparés par un élément poutre sans masse indicé i , de longueur naturelle l_i , pouvant s'allonger par déformation élastique. Les éléments poutres peuvent avoir une libre rotation autour des nœuds (rotule). Sous forme discrétisée, l'équation 6 devient :

$$\sum_{i=2}^{N_e} \underline{\mathbf{Q}}_i \cdot \mathbf{V}_i^* = 0 \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{Q}}_i = \underline{\mathbf{P}}_i + A E(\alpha_{i-1} - 1) \underline{\mathbf{t}}_{i-1} - A E(\alpha_i - 1) \underline{\mathbf{t}}_i \quad (7)$$

$\underline{\mathbf{Q}}_i$ représente la résultante des forces au nœud i qui dépend de $\underline{\mathbf{r}}_i$, $\underline{\mathbf{r}}_{i-1}$ et $\underline{\mathbf{r}}_{i+1}$ et $\underline{\mathbf{P}}_i$ représente le chargement externe dans lequel on retranche l'accélération locale pour une analyse dynamique ($\underline{\mathbf{P}}_i = A l_i \rho (\underline{\mathbf{g}} - \ddot{\underline{\mathbf{r}}}_i)$). Pour tous les nœuds excepté pour le nœud i , on pose $\mathbf{V}_i^* = \underline{\mathbf{0}}$. Nous obtenons ainsi un système de $3(N_e - 2)$ équations non linéaires résolu par une méthode itérative directe. Chaque composante du vecteur position du nœud i à l'iteration $k + 1$, $\underline{\mathbf{r}}_i^{k+1}$ est calculée de la manière suivante :

$$\underline{\mathbf{r}}_i^{k+1} = \underline{\mathbf{r}}_i^k + \underline{\mathbf{Q}}_i^k \zeta \quad (8)$$

$\underline{\mathbf{Q}}_i^k$ correspond à la résultante des forces au nœud i à l'iteration k qui tend vers zero à l'équilibre. ζ représente un coefficient de sous-relaxation qui permet de limiter les variations apportées aux vecteurs position et ainsi éviter la divergence. Ce coefficient est globalement inversement proportionnel au module d'Young E . Le critère de convergence porte sur la variation du résidu moyen calculé sur l'ensemble des nœuds entre N itérations.

$$Norm^k - Norm^{k-N} \leq \varepsilon \quad \text{et} \quad Norm^k = \frac{1}{N_n} \sum_{i=1}^{N_n} \|\underline{\mathbf{Q}}_i^k\| \quad (9)$$

2.4 Résultats numériques

Le problème de la chaînette est appliqué sur un fil dont les caractéristiques sont proches de celle d'un étai d'un voilier de 8 m. Le câble à une longueur L unité, une section $A = 20 \text{ mm}^2$ et un module d'Young $E = 50000 \text{ MPa}$. Le chargement uniforme, porté par l'axe $\underline{\mathbf{y}}$ est perpendiculaire à la ligne joignant les deux points fixes. La configuration initiale, dans le plan Oxz , est un

demi-cercle décomposé en 20 éléments linéaires (21 nœuds). Le coefficient de sub-relaxation ζ est fixé à 10^{-6} , le critère d'arrêt $\epsilon = 10^{-4}$ et $N = 50000$. Après deux millions d'itérations sur un PC 1.8 GHz (trente secondes de calcul), la distance en chaque nœud entre les solutions analytique et numérique est de l'ordre de 1% de la longueur du câble, ce qui valide notre modèle.

3 Modélisation numérique d'une voile et de son étai

Dans cette section, nous décrivons brièvement le modèle de réseau de fils développé par Le Maître *et al.* (1996) et nous mettons l'accent sur la méthode de couplage entre la voile et l'étai.

3.1 Modèle du réseau de fil

Le modèle du réseau de fil reprend le modèle du fil vu précédemment. C'est une extension qui va permettre d'approcher une structure bidimensionnelle sans épaisseur (une voile) à l'aide d'un ensemble de structure unidimensionnelle (le fil). Le réseau est constitué par l'enchevêtrement de deux familles de fil perpendiculaires, de module élastique linéique K_i , appelées trame indiquée $_1$ et chaîne indiquée $_2$. Chaque nœud est repéré par ses coordonnées curvilignes $(a_1, a_2) \in \Omega_m$ auquel est associé le vecteur position $\underline{\mathbf{r}}(a_1, a_2) \in \mathcal{R}^3$ dans le repère absolu. L'équation du mouvement pour un élément de surface $da_1 da_2 \in \Omega_m$ traduisant l'équilibre statique devient :

$$\frac{d\underline{\mathbf{T}}_1(a_1, a_2)}{da_1} + \frac{d\underline{\mathbf{T}}_2(a_1, a_2)}{da_2} + \underline{\mathbf{F}}_s(a_1, a_2) = 0 \quad (10)$$

avec, pour $i = 1, 2$, les expressions de la tension et de la dilatation :

$$\underline{\mathbf{T}}_i(a_1, a_2) = A_i K_i (\alpha_i(a_1, a_2) - 1) \underline{\mathbf{t}}_i(a_1, a_2) \geq 0 \quad ; \quad \alpha_i(a_1, a_2) = \left\| \frac{d\underline{\mathbf{r}}(a_1, a_2)}{da_i} \right\| \quad (11)$$

$\underline{\mathbf{t}}_i(a_1, a_2)$ est le vecteur normal à la section du fil dans la direction i , $\underline{\mathbf{F}}_s(a_1, a_2) \in \mathcal{R}^3$ est le chargement extérieur appliqué sur Ω_m , $\underline{\mathbf{F}}_b(a_1, a_2) \in \mathcal{R}^3$ est le chargement extérieur appliqué sur la frontière $\partial\Omega_m$ notée Γ si la frontière est libre (raccord entre deux laizes, chute de la voile...) Γ_0 dans le cas contraire et $\underline{\mathbf{v}}$ est le vecteur unitaire normal à la frontière Γ et tangent à Ω_m . Nous avons la condition limite suivante sur Γ :

$$\nu_1 \underline{\mathbf{T}}_1(a_1, a_2) + \nu_2 \underline{\mathbf{T}}_2(a_1, a_2) = \underline{\mathbf{F}}_b(a_1, a_2) \quad ; \quad \nu_i = \underline{\mathbf{v}} \cdot \frac{\underline{\mathbf{t}}_i(a_1, a_2)}{\|\underline{\mathbf{t}}_i(a_1, a_2)\|} \quad i = 1, 2 \quad (12)$$

La formulation variationnelle de l'équation 10 (principe des puissances virtuelles) donne :

$$\iint_{\Omega_m} \left(\underline{\mathbf{T}}_1 \cdot \frac{d\underline{\mathbf{V}}^*}{da_1} + \underline{\mathbf{T}}_2 \cdot \frac{d\underline{\mathbf{V}}^*}{da_2} \right) da - \iint_{\Omega_m} \underline{\mathbf{F}}_s \cdot \underline{\mathbf{V}}^* da - \int_{\Gamma} \underline{\mathbf{F}}_b \cdot \underline{\mathbf{V}}^* d\Gamma = 0 \quad \forall \underline{\mathbf{V}}^* \quad (13)$$

$\underline{\mathbf{V}}^* = 0$ sur Γ_0 . Pour l'analyse dynamique, nous retranchons au chargement extérieur les efforts d'inertie. La résolution numérique repose sur la méthode des éléments finis avec un schéma de Newmark pour les termes d'accélération.

3.2 Modélisation des forces internes d'un tissu

Le comportement mécanique des matériaux tissés utilisés pour la conception des voiles résulte essentiellement du caractère filaire de ces constituants. Dans l'équation 4 le module d'Young E est le module d'élasticité homogène à une pression Nmm^{-2} . L'extension à un réseau de fil n'est pas simplement la superposition de plusieurs fils. L'entrelacement des mèches, l'effet du tissage, la rigidité transverse, la densité de mailles, confèrent aux tissus un comportement mécanique spécifique. Pour tenir compte du comportement mécanique du tissu, le module

d'élasticité K_i dans l'équation 11 est déterminé à partir d'essais de traction dans les directions de chaîne et trame sur une éprouvette rectangulaire (2*16 inches). Le module d'élasticité, exprimé en $N.mm^{-1}$ est le rapport de la force de traction appliquée pour obtenir un allongement de 1% par la largeur de l'éprouvette (2 inches). Dans le calcul de la tension interne (Eq.11) K_i est multiplié par la longueur courante de l'élément fini perpendiculaire à la direction i .

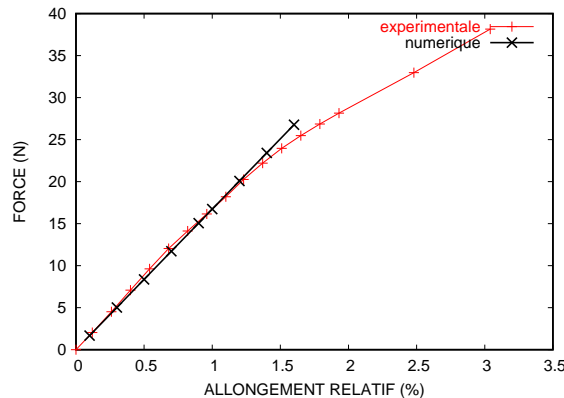


FIG. 1 – Courbes de comportement numériques et expérimentales du Pentex.

Sur la figure 1 nous présentons les résultats d'un essai de traction sur du Pentex effectué à l'Ifremer par Peter Davies et Vanessa Bohé et d'un calcul réalisé sur une éprouvette discrétisée en 186 nœuds et 300 triangles. Le comportement linéaire décrit par le code numérique est proche des résultats expérimentaux pour des allongements inférieurs à 1.5%. Ce qui valide notre modèle car les déformations attendues pour une voile en navigation sont de l'ordre de 0 à 0.5%.

3.3 Couplage étai-voile

Le guindant de la voile est relié à l'étai par une série de mousqueton qui peuvent coulisser le long de l'étai. Ils sont modélisés par des ressorts de longueur naturelle et de masse nulle et de raideur K_{r_i} . Ces ressorts, disposés en chaque nœud i du guindant, vont exercer sur ceux-ci une force de rappel \underline{F}_{r_i} produit de K_{r_i} par une distance d_i évoluant au cours du processus de déformation. d_i est la distance entre les nœuds i du guindant et de l'étai de position respective \underline{r}_{g_i} et \underline{r}_{e_i} . \underline{r}_{e_i} est l'unique intersection entre le cercle de centre \underline{r}_{g_i} , de rayon d_i et l'étai.

$$d_i = \|\underline{r}_{e_i} - \underline{r}_{g_i}\| \quad (14)$$

Cette force de rappel \underline{F}_{r_i} est dirigée de manière à ramener le guindant vers l'étai.

$$\underline{F}_{r_i} = K_{r_i} d_i \frac{\underline{r}_{e_i} - \underline{r}_{g_i}}{\|\underline{r}_{e_i} - \underline{r}_{g_i}\|} \quad (15)$$

\underline{F}_{r_i} correspond, d'une part, au chargement extérieur $\underline{F}_b(a_1, a_2)$ dans le modèle du réseau de fil représentant la voile (c.f. Eq. 13), et d'autre part, au chargement extérieur interpolé au nœuds i' de l'étai à retrancher à $\underline{P}_{i'}$ dans le modèle du câble (c.f. Eq. 7). La raideur imposée des ressorts influe sur la distance que peut prendre le guindant vis à vis de l'étai. Les valeurs de K_{r_i} sont fixées telles que :

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_g} (d_i)^2}{N_g} < 0.1\% * L \quad (16)$$

L étant la longueur de l'étai et N_g le nombre de nœuds du guindant.

4 Modèle fluide : la méthode particulière

Nous présentons succinctement le modèle d'écoulement tridimensionnel de fluide parfait incompressible en régime instationnaire autour de profils minces développé par Rehbach (1978) qui a déjà fait l'objet de nombreuses publications. La particularité de cette méthode réside, d'une part, dans le traitement lagrangien des particules tourbillonnaires constituant le sillage, et d'autre part, par la formulation du problème uniquement sur les frontières de l'écoulement ne nécessitant que le maillage des parois solides.

4.1 Écoulement potentiel

La décomposition de Helmholtz conduit à écrire le champ de vitesse absolu dans le repère relatif sous la forme :

$$\underline{\mathbf{U}}_a(\underline{\mathbf{X}}) = \underline{\mathbf{U}}_\infty + \nabla\phi + \nabla \wedge \underline{\boldsymbol{\psi}} \quad (17)$$

Les potentiels ϕ et $\underline{\boldsymbol{\psi}}$ traduisent respectivement l'influence des parois solides et de leurs sillages. La condition de glissement permet de calculer le saut de potentiel $[\phi] = \mu(s)$ représentant les parois (voiles).

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\mathcal{D}} \mu(s) \nabla \left(\frac{(\underline{\mathbf{X}}(s') - \underline{\mathbf{X}}(s)) \cdot \underline{\mathbf{n}}(\underline{\mathbf{X}}(s))}{\|\underline{\mathbf{X}}(s') - \underline{\mathbf{X}}(s)\|^3} \right) \cdot \underline{\mathbf{n}}(s') ds = - \left(\underline{\mathbf{U}}_\infty + \nabla \wedge \underline{\boldsymbol{\psi}}(s') - \dot{\underline{\mathbf{X}}}(s') \right) \cdot \underline{\mathbf{n}}(\underline{\mathbf{X}}(s')) \quad (18)$$

La solution $\mu(s)$ de ce problème conduit à résoudre un système linéaire en discrétisant les parois en N_f facettes quadrangulaires planes. Le champ de vitesse en tout point $\underline{\mathbf{Y}}$ induit par le saut de potentiel est donné par la relation intégrale suivante :

$$\underline{\mathbf{U}}_\phi(\underline{\mathbf{Y}}) = \nabla\phi(s) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\mathcal{D}} \mu(s) \nabla \left(\frac{(\underline{\mathbf{Y}} - \underline{\mathbf{X}}(s)) \cdot \underline{\mathbf{n}}(\underline{\mathbf{X}}(s))}{\|\underline{\mathbf{Y}} - \underline{\mathbf{X}}(s)\|^3} \right) ds \quad (19)$$

4.2 Sillage

La circulation totale dans le fluide étant conservée, toute variation de la circulation autour de l'obstacle est nécessairement compensée par une émission de vorticité dans le sillage dont on impose l'échappement au bord de fuite ce qui exclut les situations de décrochage. Les relations donnant la position $\underline{\mathbf{X}}_{ir}$ et le poids $\underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ia}$ de chaque particule tourbillonnaire i à l'instant de leur création, permettent de définir le transfert de vorticité de la couche limite vers l'écoulement extérieur.

$$\begin{cases} \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ia} = [\delta l_i (\mu_i(t + \Delta t) - \mu_i(t))] \underline{\mathbf{i}} + \left[\Delta t \left| \underline{\mathbf{U}}_{bf} - \dot{\underline{\mathbf{X}}}_{bf} \right| \frac{\mu_{i+1} - \mu_{i-1}}{2} \right] \underline{\mathbf{j}} \\ \underline{\mathbf{X}}_{ir} = \underline{\mathbf{X}}_{bf} + (\underline{\mathbf{U}}_e + \underline{\mathbf{U}}_{bf}) \frac{\Delta t}{2} \end{cases} \quad (20)$$

avec $(\underline{\mathbf{X}}_{bf}, \underline{\mathbf{i}}, \underline{\mathbf{j}}, \underline{\mathbf{n}}_i)$ le repère local au bord de fuite ($\underline{\mathbf{i}}$ tangent au bord de fuite), $\underline{\mathbf{U}}_{bf}$ la vitesse moyenne intrados/extrados et δl_i la longueur du segment émetteur.

La forme discrète du système caractérisant l'évolution dans le fluide d'une particule de position $\underline{\mathbf{X}}_{ir}$, et portant un tourbillon $\underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ia}$ devient :

$$\begin{cases} \frac{D\underline{\mathbf{X}}_{ir}}{Dt} = (\underline{\mathbf{U}}_w + \underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\infty - \underline{\mathbf{U}}_e)(\underline{\mathbf{X}}_{ir}, t) & (a) \\ \frac{D\underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ia}}{Dt} = -(\underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ia} \cdot \nabla)(\underline{\mathbf{U}}_w + \underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\infty - \underline{\mathbf{U}}_e)(\underline{\mathbf{X}}_{ir}, t) + (\underline{\boldsymbol{\Phi}} \wedge \underline{\boldsymbol{\Omega}}_{ia}) & (b) \end{cases} \quad (21)$$

avec $\underline{\Phi}$ et \underline{U}_e la résultante et le moment du torseur cinématique d'entraînement, $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\underline{U}_r \cdot \nabla)$ la dérivée particulaire dans le repère relatif et $\underline{U}_\omega = \nabla \wedge \underline{\psi}$ obtenu au moyen de la loi de Biot et Savart.

4.3 Efforts exercés par le fluide

Le calcul des efforts au point de contrôle P_k de chaque facette k de surface S_k s'effectue à partir de la loi de Joukovski :

$$\underline{F}_k = S_k \frac{\partial \mu_k}{\partial t} \underline{n}_k + \sum_{i=1}^4 v_i \underline{U}_i \wedge \underline{\Gamma}_i \quad (22)$$

avec \underline{U}_i la vitesse au milieu du segment i , $\underline{\Gamma}_i$ l'intensité du segment tourbillonnaire portée par le côté i après équivalence doublet-tourbillon (Hess&Smith) et v_i est un coefficient de pondération fonction de la distance du milieu du segment i considéré au point de contrôle P_k si le segment appartient à deux facettes.

5 Couplage fluide structure

L'écoulement et la structure interagissent fortement : l'écoulement dépend de la forme de la structure qui elle-même dépend des efforts exercés par l'écoulement à laquelle elle est soumise. Cette interaction est exprimée à l'aide des équations de couplage qui sont de nature cinématique (continuité de la vitesse normale des milieux fluide et solide sur l'interface dans sa configuration déformée) et dynamique (égalité de l'effort extérieur exercé sur la structure et de l'effort de pression due au fluide). Le problème complet s'écrit sous la forme d'un ensemble d'équations non linéaires qui peuvent être intégrées dans le temps par une méthode itérative suivant le schéma représenté sur la figure 2.

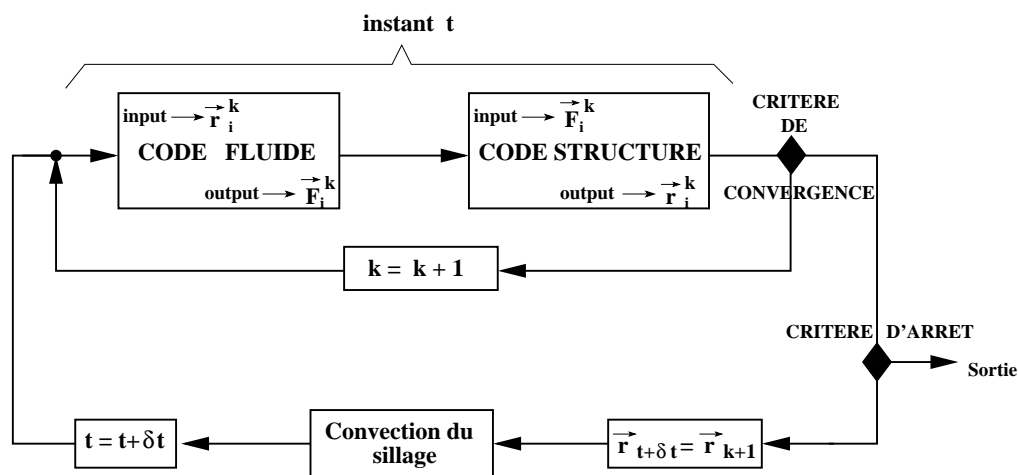


FIG. 2 – Schéma du couplage fluide structure.

La boucle interne est pilotée par un critère de convergence sur la stationnarité de la géométrie \underline{r}_i^k soumis au chargement \underline{F}_i^k . La boucle externe permet d'appréhender des effets dynamiques. Le critère d'arrêt peut être la convergence du processus itératif de résolution des équations du mouvement en régime stationnaire (équilibre du voilier).

5.1 Résultats

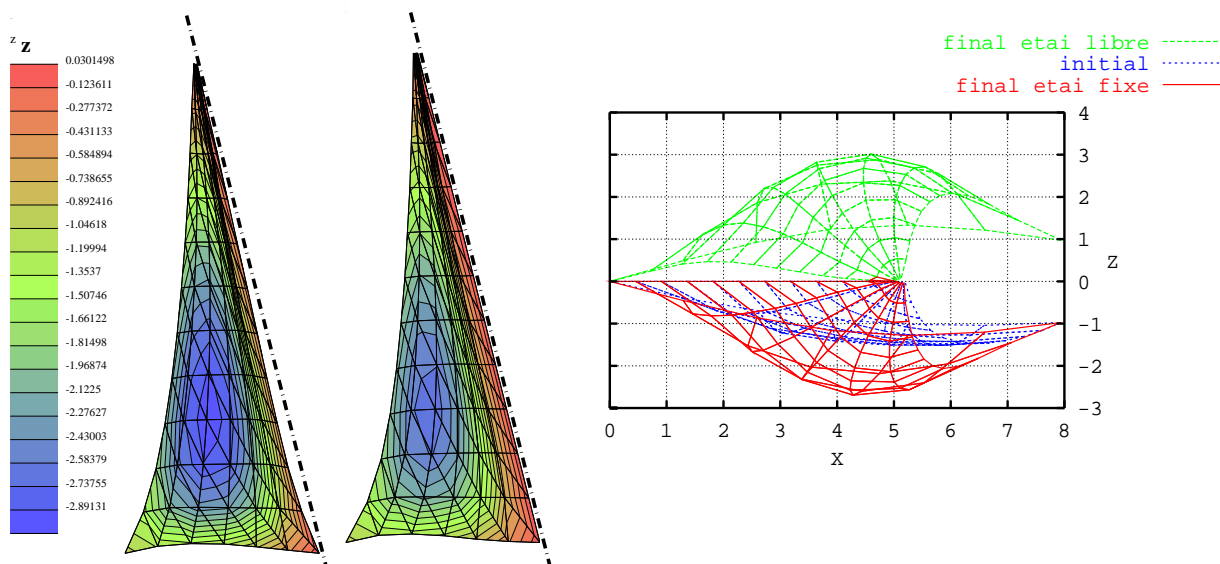


FIG. 3 – Déformation de la voile avec étai libre et fixe dans les plans Oxy (vue de côté à gauche) et Oxz (vue de dessus à droite).

La voile utilisée est un génois d'un bateau de 8 m avec 21 m de longueur de guindant, 8 m de bordure et 20.5 m de chute. La voile, initialement à coupe orientée bi-radiale, a été simplifiée (laizes horizontales) pour des raisons de correspondance de maillage entre les problèmes fluide et structure -Hauville *et al.* (2003). Nous considérons un écoulement incident uniforme $AW S = 10 kt$ sous une incidence $AW A = 15^\circ$. L'équilibre du bateau n'est pas calculé ; le mat porté par l'axe \underline{y} reste perpendiculaire à la surface libre (gîte nulle). Afin de montrer l'influence de la déformation de l'étai sur le volume de la voile (donc sur les performances du bateau) deux calculs aéroélastiques ont été réalisés en considérant l'étai fixe ou non. Pour l'ensemble des calculs, les points de drisse, d'écoute et d'amure sont fixes. La figure 3 montre le volume de la voile (suivant z) après convergence des calculs. Le trait mixte fin correspond à la ligne joignant les points d'amure et de drisse. Les modules élastiques K_i , volontairement faibles, sont identiques dans les directions de chaîne et trame pour accentuer la déformation de la voile. Le volume de la voile avec l'étai libre est 15% supérieur qu'avec l'étai fixe. L'intensité de la force propulsive, correspondant à l'effort aérodynamique projeté sur l'axe du bateau (\underline{x}), est réduite de 80% avec l'étai libre. Pour maintenir la vitesse du bateau et le module du vent apparent ($AW S$), l'angle du vent apparent ($AW A$) doit augmenter : le voilier doit s'écarter du vent (abattre) d'où un VMG (projection de la vitesse du voilier sur la direction du vent réel) inférieur. Le moment de roulis autour de l'axe $O\underline{y}$ est du même ordre de grandeur dans les deux cas.

6 Conclusions

Le modèle aéroélastique présenté permet d'étudier l'interaction d'une structure tridimensionnelle idéalement flexible, décrit par un système de réseau de fils, avec un écoulement aérody-

namique instationnaire, modélisé par une méthode de surface portante associé à un sillage particulière. La méthode utilisée permet de prendre en compte la déformation de l'étai, modélisé par un fil, dans le calcul aéroélastique. Les résultats obtenus à travers les différentes simulations aéroélastique, ont montrés l'importance de la flèche d'étai dans les performances du voilier. Le temps de calcul pour la convergence du modèle est globalement proportionnel au module élastique. Ainsi, la modélisation réelle d'une voile et de ses renforts, caractérisés par l'augmentation locale du module élastique, nécessitant un coefficient de sous-relaxation adapté dans ces zones, accroît notablement les temps de calcul. Le modèle sera prochainement optimisé par la prise en compte, d'une part, d'éléments rigidifiants (lattes) dans la structure souple, et d'autre part, du gréement, par le couplage d'un modèle de poutre en petites déformations et grands déplacements au modèle aéroélastique actuel.

Références

- Beale, J.T. & Majda, A., 1985.- High order accurate vortex methods with explicit velocity kernels. In *Journal of Computational Physics*, **58**, 188–208.
- Charvet, T., 1992.- Résolution numérique de problèmes liés au comportement des voiles de bateau. *PhD thesis, Ecole Polytechnique - LIMSI-CNRS*.
- Charvet, T. & Huberson, S., 1992.- Numerical calculation of the flow around sails. In *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, **11**, 599–610.
- Charvet, T., Hauville, F. & Huberson, S., 1996.- Numerical simulation of the flow over sails in real sailing conditions. In *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics - Special Issue of Sail Aerodynamics*, **63** (ISSN 0167-6105), 111–129.
- Souza De Cursi, J.E., 1992.- Stress unilateral analysis of mooring câbles. In *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **34**, 279–302.
- Hauville, F. & Roux, Y., 2003.- Réglage dynamique d'une voile par une méthode d'interaction fluide-structure. In *9èmes journées de l'hydrodynamique*, Poitiers, (ISSN 1161-1847), 221–234.
- Heppel, P., 2002.- Accuracy in sail simulation : Wrinkling and growing fast sails. In *High Performance Yacht Design Conference*, Auckland.
- Le Maître, O., Huberson, S. & Souza De Cursi, J.E., 1996.- Application of a non-convex model of fabric deformations to sail cut analysis. In *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **63**, 77–93.
- Le Maître, O., 1998.- Contribution numérique à la résolution de problèmes d'interaction fluide structure. *PhD thesis, Institut de mécanique INSA de Rouen*.
- Le Maître, O., Souza De Cursi, J.E. & Huberson, S., 1998.- Large displacements analysis for ideally flexible sails. In *European Journal of Mechanics A/Solids*, **17**, 619–636.
- Muttin, F., 1989.- Modélisation de membranes. Application à l'analyse mécanique des voiles de bateau. *PhD thesis, Université de Nice Sophia antipolis*.
- Rehbach, C., 1978.- Numerical calculation of three dimensional unsteady flows with vortex sheets. *AIAA, 16th Huntsville*, **paper 1978-111**.
- Roux, Y., Huberson, S., Hauville, F., Boin, J.P., Guilbaud, M. & Ba, M., December 2002.- Yacht performance prediction : Towards a numerical vpp. In *High Performance Yacht Design Conference*, Auckland.
- Valette, J., 2001.- Simulation du comportement mécanique d'un ensemble voiles gréement de bateau. *PhD thesis, Université d'Orléans*.