

# AÉROÉLASTICITÉ NON LINÉAIRE APPLIQUÉE AUX VOILES.

## *NONLINEAR AEROELASTICITY APPLIED ON SAILS.*

S. Mounoury\*, F. Hauville\*, M. Durand\*, J.A. Astolfi\*, & Y. Roux\*\*.

\* : Institut de Recherche de l'École Navale - École navale  
BP600, 29240 BREST ARMÉES, FRANCE  
email : mounoury@ecole-navale.fr

\*\* : Société K-EPSILON, 30 rue de Richelieu 76087 Le Havre  
http ://www.k-epsilon.com  
email : yann@k-epsilon.com

### **Résumé**

Les outils de simulation numérique permettant de prédire le comportement d'un voilier en navigation réel sont de plus en plus utilisés par les architectes navals. Nous présentons et comparons dans cet article deux modèles de structure (réseaux de fils et membrane CST) utilisés dans le calcul aéroélastique d'une structure tridimensionnelle idéalement flexible avec un écoulement instationnaire. L'écoulement aérodynamique est modélisé par une méthode de surface portante associée à une méthode particulière. Après validation du comportement mécanique des tissus utilisés pour la fabrication des voiles, nous présentons les résultats d'un calcul aéroélastique d'une voile sur son étai avec ses différents réglages.

### **Abstract**

The tools of numerical simulation allowing to predict the behavior of a sailing yacht in real sailing conditions are used more and more by the naval architects. We present and compare in this paper two structure models (string network model and CST membrane) used in aeroelastic computations of a three-dimensional structure ideally flexible with an instationary flow. The modelisation of the aerodynamic flow is achieved by the lifting surface method coupled with the vortex method. After validation of the mechanical behavior of the woven materials used for the manufacture of the sails, we present the results of an aeroelastic computation of a sail on its stay with its various adjustments.

# 1 Introduction

Le coût élevé des essais en bassin de carène associé aux performances accrues des moyens de calcul amènent les architectes navals à utiliser de plus en plus les outils de simulations numériques pour la conception de voiliers. Ainsi, de nouveaux VPP (Velocity Prediction Program) entièrement numériques se sont développés [1]. Ces outils, basés sur la modélisation aéroélastique des voiles couplée à un modèle d'écoulement hydrodynamique avec surface libre autour de la carène, permettent la modélisation numérique d'un voilier en navigation réelle. Une part importante du travail numérique a été effectuée ces dernières années en ce qui concerne le problème de l'interaction fluide structure. Plusieurs méthodes sont citées dans [3, 2]. L'originalité des voiles tient dans sa flexibilité importante, si bien qu'une théorie non linéaire a dû être développée pour les calculs de structure. Dans ce travail, nous comparons les résultats issus de deux calculs aéroélastiques dans lesquels seul le modèle de structure diffère. Le premier modèle repose sur la théorie de la membrane avec des éléments à trois nœuds de type CST [4]. Le deuxième modèle met en œuvre le système de réseau de fils développé par J.E. Souza De Cursi et O. Le Maître [5]. L'écoulement aérodynamique est quant à lui modélisé par une méthode de surface portante associée à une méthode particulière [6]. La première partie est consacrée à la description des modèles de structure et à leur validation sur le cas test d'une déformation d'une membrane isotrope circulaire. Dans la deuxième partie nous décrivons succinctement la méthode fluide employée. Dans une dernière partie, nous présentons les résultats d'un calcul aéroélastique d'une voile sur son étai (déformable) avec ses différents réglages.

## 2 Modèle de structure membranaire

Dans cette partie nous présentons les calculs qui permettent de décrire le modèle de structure membranaire. Afin de simuler correctement le comportement des voiles des bateaux, notre modèle doit :

- prendre en compte des variations importantes de caractéristiques de tissu : les voiles 3DL et D4 sont des voiles dont les fils comportent des orientations et des densités différentes en chaque point de la voile ;
- prendre en compte des variations relativement importantes de courbures ;
- simuler les plis nés de " déplacement de type compression " (comportement unilatéral) ;
- être idéalement flexible.

Aucun élément évolué ne permet de modéliser correctement tous ces comportements en même temps. Dans notre cas, il est préférable de choisir un élément simple mais en affinant fortement le maillage là où cela est nécessaire. L'élément le plus simple est dit CST (Constant Strain Triangle) : un triangle à 3 nœuds (9 degrés de liberté en 3D), auquel nous ajouterons une analyse des contraintes. Cette élément impose à l'intérieur de ses frontières les hypothèses suivantes :

- contraintes constantes ;
- déformations constantes ;
- comportement du tissu uniforme auquel nous allons ajouter l'hypothèse de non contraintes de compression.

### 2.1 l'élément CST en 3 dimensions

Imbert [4] décrit l'utilisation de l'élément CST dans un espace à deux dimensions dans l'hypothèse de petites déformations et petites transformations (élément complètement linéaire). Nous proposons d'étendre cette utilisation dans un espace à trois dimensions, dont les non-linéarités proviendront de la géométrie et de la prise en compte des plis de compressions. Le passage de 2 à 3 dimensions entraîne l'hypothèse de flexibilité nulle entre deux éléments au niveau de leur frontière. Cependant, l'élément possédant une flexibilité d'origine géométrique influençant les calculs là où les variations de courbures sont importantes,

il est nécessaire d'orienter correctement les éléments dans ces zones ou d'affiner le maillage. L'influence de l'orientation des triangles par rapport à la courbure à été étudié par Heppel [7]. En 2D, l'utilisation de l'élément dans les calculs se fait grâce à une matrice de rigidité élémentaire qui permet de lier linéairement les forces  $\{ F \}$  aux déplacements  $\{ Q \}$  :

$$\{ F \} = [ Kel ] \{ Q \} \quad (1)$$

Imbert décrit comment calculer cette matrice  $[ Kel ]$  dans un espace à 2 dimensions :

$$[ Kel ] = e A [ B ]^t [ C ] [ B ] \quad (2)$$

où  $e$  est l'épaisseur de la membrane,  $A$  son aire,  $[ C ]$  une matrice  $(3 \times 3)$  de comportement du matériau,  $[ B ]$  une matrice  $(3 \times 6)$  d'origine géométrique qui permet de lier :

- les déplacements aux déformations  $\{ \epsilon \}$  :

$$\{ \epsilon \} = [ B ] \{ Q \} \quad (3)$$

- les contraintes  $\{ \sigma \}$  aux efforts.

$$\{ F \} = e A [ B ]^t \{ \sigma \} \quad (4)$$

ainsi :

$$\{ \sigma \} = [ C ] \{ \epsilon \} \quad (5)$$

Dans notre modèle, nous utilisons le même type de calcul, pour cela les positions exprimées dans le repère global à 3 dimensions est transformé en positions locales par la matrice  $[ \lambda ]$  de dimension  $(2 \times 3)$  tel que pour chaque point du triangle :

$$\{ X_{<l>} \} = [ \lambda ] \{ X_{<g>} \} \quad (6)$$

ainsi, la matrice  $[ \Lambda ]$  qui lie les positions des nœuds du triangle aux positions de tous les points s'écrit :

$$[ \Lambda ] = \begin{bmatrix} \cdots & 0_{3 \times 2} & [ \lambda ] & 0_{3 \times 2} & \cdots \\ \cdots & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & [ \lambda ] & \cdots \\ \cdots & [ \lambda ] & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} & \cdots \end{bmatrix} \quad (7)$$

$[ \Lambda ]$  est de taille  $(6 \times 3.p)$ , où  $p$  est le nombre de points total. Le repère local est calculé à chaque itération de la même manière : le vecteur  $\underline{x}$  allant du pt1 au pt2, ce qui permet à la matrice  $[ B ]$  d'être constante pendant tout le calcul, figure 1.

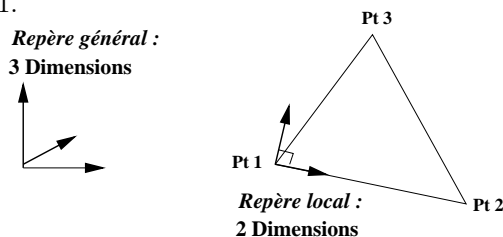


FIG. 1 – Description repères global et local.

Ainsi, le déplacement de chaque point exprimé dans le repère local s'écrit :

$$\{ Q \} = \{ X_{<l>} \} - \{ X_{initial<l>} \} \quad (8)$$

## 2.2 La matrice de Comportement $[ C^* ]$

La matrice  $[ C ]$  peut décrire tout type de matériau à la condition de linéariser son comportement. Elle peut donc modéliser des matériaux composites anisotrope et non-orthotrope. Nous utilisons ici la matrice  $[ C^* ] = e [ C ]$  plus adapté aux calculs de voiles. En pratique, les déformations des voiles restent inférieures à 1%, on utilise donc une matrice de comportement identique pendant tout le calcul : ce qui suppose que les angles entre les fibres ne changent pas et que tous les matériaux restent dans leur domaine linéaire.

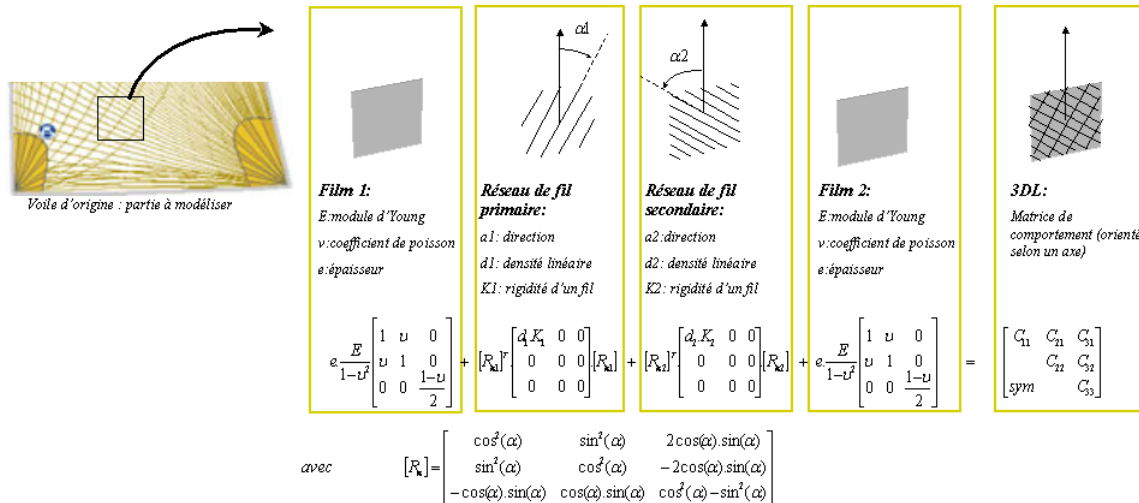


FIG. 2 – Exemple de calcul de la matrice de comportement pour une voile de type 3DL ou D4.

### 2.3 Plissements

Lors d'une forte traction sur un tissu, des plis de compressions apparaissent. Ces plis qui naissent de l'instabilité interne entre les efforts de compression et de flexion, sont assimilables à un flambement. Dans l'hypothèse d'un matériau sans rigidité de flexion, le tissu ne supporte aucune compression : il se plisse. Les plis étant de longueur d'ondes infiniment petite, nous allons utiliser un modèle simple pour simuler ces plis et donc le comportement unilatéral du tissu. Pour vérifier l'état de compression du tissu, nous utilisons la matrice du tenseur des contraintes  $[\sigma^*]_{2 \times 2}$  à partir de :

$$\{ \sigma^* \} = [C^*] \{ \epsilon \} \quad (9)$$

L'analyse des contraintes principales nous permet de déterminer l'état de compression de l'élément. Si tel est le cas, on annule la contrainte principale négative, on obtient ainsi  $[\sigma^*_{\text{corrigé}}]$ . L'analyse des plis (directions, pourcentage) se fait en calculant  $\{ \epsilon \} - [C^*]^{-1} [\sigma^*_{\text{corrigé}}]$ . Ce modèle devient inadapté si les plis deviennent importants ( $>$  à 5%) mais aussi dans le cas des renforts des voiles : en effet, les voiliers renforcent fortement leurs voiles aux points d'ancrage, dont un des objectifs est justement de pouvoir tolérer de la compression.

### 2.4 Simulation de l'étai

L'étai est simulé par des élément de type super-fils : ces éléments sont décrit par deux extrémités et un ensemble de points intermédiaires. Une unique tension est calculée pour l'élément super-fil et traduite en termes de forces en chaque point. Les points intermédiaires simulent donc des poulies idéales sur un câble.

## 3 Modèle du réseau de fils

Le modèle de réseau de fils, développé par O. Le Maître et E. Souza De Cursi est appliqué à la déformation des voiles [8, 9]. Dans cette section, après avoir décrit brièvement les hypothèses et la loi de comportement caractérisant le modèle du fil, nous présentons une description du modèle du réseau de fils et son application à la déformation des voiles.

### 3.1 Le fil modélisé : hypothèses et loi de comportement

la résolution de l'équation du mouvement d'un fil seul soumis à un chargement n'est pas évoqué ici [2]. Nous présentons les hypothèses du fil et la modélisation des forces internes [10, 11], que nous retrouvons dans le cas du réseau de fils. Le modèle du fil repose sur certaines hypothèses, à savoir :

- un fil est une structure unidimensionnelle, entièrement décrit par sa ligne moyenne ;
- les énergies de flexion et de torsion sont négligées. Un fil est considéré comme idéalement flexible ;
- un fil ne peut supporter aucun effort de compression, et ses effort internes se limitent à des forces de traction tangentes à sa ligne moyenne (conservation du moment angulaire) ;
- le champ d'application est restreint au domaine des petites déformations.

Ces hypothèses permettent de simplifier l'expression du tenseur des contraintes et de reprendre les approximations faites dans la cadre de la théorie de l'élasticité linéaire. Cependant, le fil est susceptible de subir de grands déplacements, ce qui empêche toute approximation sur ceux-ci, et la recherche de sa configuration à l'équilibre implique une analyse non linéaire. Nous considérons un fil de section  $A$ , de module d'Young  $E$  et de longueur quelconque. La configuration géométrique du fil est décrite à l'aide du vecteur position  $\underline{\mathbf{r}}(s) \in \mathcal{R}^3$  où  $s$  est l'abscisse curviligne associée au fil. La configuration initiale est définie par  $\underline{\mathbf{r}}_0(s)$ . D'après les hypothèses de départ, la loi de Hooke généralisée se simplifie, et la relation locale entre les forces internes et les déformations s'écrit :

$$\underline{\mathbf{T}}(s) = K \epsilon(s) \underline{\mathbf{t}}(s) \quad (10)$$

$$\underline{\mathbf{t}}(s) = \frac{\underline{\mathbf{r}}(s)_{,s}}{\|\underline{\mathbf{r}}(s)_{,s}\|} \quad \text{avec} \quad \underline{\mathbf{r}}(s)_{,s} = \frac{d\underline{\mathbf{r}}(s)}{ds} \quad (11)$$

où  $\underline{\mathbf{T}}(s)$  représente les forces de traction au point d'abscisse  $s$ ,  $K = EA$  est le module d'élasticité,  $\underline{\mathbf{t}}(s)$  est le vecteur unitaire tangent au fil.  $\epsilon(s)$  est la déformation au point d'abscisse  $s$ , elle est calculée à partir de la loi de Hencky linéarisée et a pour expression :

$$\epsilon(s) = \|\underline{\mathbf{r}}(s)_{,s}\| - 1 \quad (12)$$

Ces expressions font apparaître l'inconnue du problème, le vecteur position courant  $\underline{\mathbf{r}}(s)$ .

### 3.2 Le réseau de fils

Le réseau de fils est une extension du modèle du fil. Il permet de modéliser les déformations d'une structure bidimensionnelle sans épaisseur (la voile) à l'aide d'un ensemble de structure unidimensionnelle (le fil). La surface est ainsi décrite par deux familles de fil perpendiculaires, appelées la trame indicée 1 et la chaîne indicée 2, caractérisées chacune par un module d'élasticité linéique, respectivement  $K_1$  et  $K_2$ . Les fils considérées ici admettent les hypothèses évoquées précédemment. Un nœud du réseau est défini comme l'intersection de deux fils, il ne peut glisser le long d'un des fils, autrement dit en ce point les fils sont liés, les deux familles sont donc solidaires. Considérons une surface  $\Omega_m$ , chaque nœud de cette surface est repéré par ses coordonnées curvilignes  $(a_1, a_2) \in \Omega_m$ . La configuration courante de  $\Omega_m$  est décrite par l'ensemble des vecteurs position  $\underline{\mathbf{r}}(a_1, a_2)$  associés à chaque nœud. Les vecteurs  $\underline{\mathbf{r}}_0(a_1, a_2)$  correspondent à la configuration initiale.

#### 3.2.1 Modélisation des forces internes d'un tissu

Dans le cadre qui nous intéresse, le réseau de fils modélise plus que de simple fil mais une surface de tissu orthotrope, et cela non pas au niveau mésoscopique, mais macroscopique. Autrement dit, un fil de chaîne et un fil de trame doivent rendre compte du comportement général d'une surface élémentaire de tissu dans ses deux direction privilégiées. L'expression générale des forces internes pour la chaîne et la trame restent les mêmes que ceux évoqués précédemment (eq. 10). La déformation est calculée de la même manière (eq. 12). Simplement,  $K$ , le module d'élasticité ne sera pas calculé à partir du module d'Young

qui ne représente que la cohésion de la matière au sein d'un fil homogène. Pour un tissu nous devons tenir compte en plus de cela, des paramètres tel que l'entrelacement des mèches, l'effet du tissage, la rigidité transverse, la densité de mailles qui confèrent aux tissus un comportement mécanique spécifique. Pour cela,  $K$  est déterminé de manière expérimentale via des essais de traction sur des bandes de tissu de dimension  $2 \times 16$  inches (éprouvettes). Le résultat de ces essais se présente sous forme de trois courbes représentant la force appliquée en fonction de l'allongement suivant trois directions : trame (indicée  $_1$ ), chaîne (indicée  $_2$ ), et biais (indicée  $_3$ ), c'est à dire suivant une direction à  $45^\circ$  de la chaîne et de la trame. Une voile en fonctionnement normale, voit son domaine de déformation compris entre 0 et 1%, domaine dans lequel le tissu a un comportement linéaire, à l'exception d'une faible zone non linéaire entre 0 et 0.05% suivant les tissus. les  $K_i$  avec  $i = 1, 2, 3$ , sont déterminés à partir de la force  $F_i$  exercée selon la direction  $i$  correspondant à un allongement de 1%, soit :

$$K_i = \left\| \frac{F_i}{l_{i\perp}} \right\| 100 \quad (13)$$

$l_{i\perp}$  représente la longueur de l'éprouvette perpendiculairement à la direction  $i$  (largeur). Les tissus sont taillés de manière à faire correspondre la direction  $i$  testée avec la longueur de l'éprouvette.  $K$  s'exprime en  $N.m^{-1}$ . Ces données sont facilement accessibles, les fabricants les communiquent volontiers. Par contre, il est extrêmement difficile d'obtenir plus de renseignements sur l'architecture de la voile et ses matériaux, pour une modélisation plus détaillée. Il est donc avantageux de pouvoir baser le modèle sur ce type de données. L'expression des forces internes selon trame et chaîne, respectivement  $i = 1, 2$ , devient alors :

$$\underline{\mathbf{T}}_i(a_1, a_2) = l_{i\perp} K_i (\alpha_i(a_1, a_2) - 1) \underline{\mathbf{t}}_i(a_1, a_2) \geq 0 \quad ; \quad \alpha_i(a_1, a_2) = \left\| \underline{\mathbf{r}}(a_1, a_2)_{,a_i} \right\| \quad (14)$$

où,  $\alpha_i(a_1, a_2)$  représente l'allongement selon la direction  $i$ . Le modèle du réseau de fils ne comprend initialement que deux familles de fils, la trame et la chaîne. Il est complété par deux autres familles de fils, le biais, indicée  $_{3a}$  et  $_{3b}$ , disposées selon les bissectrices du réseau orthotrope. Autrement dit, deux réseaux orthotropes se trouvent superposés, faisant un angle de  $45^\circ$ , l'un avec l'autre, figure 3 .

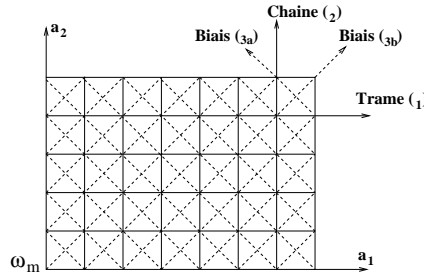


FIG. 3 – Schéma du réseau de fils décrivant la surface  $\Omega_m$ .

L'expression de la tension dans le biais est donné par l'équation 14 avec  $i = 3a, 3b$ . Dans ce modèle, la déformation n'apparaît pas sous forme vectorielle, et la raideur n'est pas sous forme matricielle. L'intensité des forces internes de chaque fil est calculée puis projetée sur les tangentes aux fils. Nous obtenons ainsi un vecteur tension.

### 3.2.2 formulation faible de l'équation du mouvement

La condition d'équilibre statique pour un élément de surface  $da_1 da_2$  soumis à une densité surfacique d'effort  $\underline{\mathbf{F}}_s(a_1, a_2)$  s'écrit :

$$\frac{d\underline{\mathbf{T}}_1(a_1, a_2)}{da_1} + \frac{d\underline{\mathbf{T}}_2(a_1, a_2)}{da_2} + \frac{d\underline{\mathbf{T}}_{3a}(a_1, a_2)}{da_1} + \frac{d\underline{\mathbf{T}}_{3b}(a_1, a_2)}{da_2} + \underline{\mathbf{F}}_s(a_1, a_2) = 0 \quad (15)$$

L'expression des tensions  $\underline{\mathbf{T}}_i$  permettent de faire apparaître dans l'équation du mouvement 15, notre inconnue, le vecteur position  $\underline{\mathbf{r}}(a_1, a_2)$ , décrivant la configuration courante de la surface. L'intégration

sur l'ensemble de la surface  $\Omega_m$  nécessite de prendre en compte les conditions limites sur ses frontières, notées  $\partial\Omega_m$ , soumis à un chargement extérieur  $\underline{\mathbf{F}}_b(a_1, a_2)$ .  $\partial\Omega_m$  se décompose en des frontières libres de se déplacer notées  $\Gamma$ , et des frontières fixes notées  $\Gamma_0$ . Les conditions limites sur  $\Gamma$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} \nu_1 \underline{\mathbf{T}}_1(a_1, a_2) + \nu_2 \underline{\mathbf{T}}_2(a_1, a_2) + \nu_{3a} \underline{\mathbf{T}}_{3a}(a_1, a_2) + \nu_{3b} \underline{\mathbf{T}}_{3b}(a_1, a_2) &= \underline{\mathbf{F}}_b(a_1, a_2) \\ \nu_i &= \underline{\boldsymbol{\nu}} \cdot \underline{\mathbf{t}}_i(a_1, a_2) \quad i = 1, 2, 3a, 3b \end{aligned} \quad (16)$$

où,  $\underline{\boldsymbol{\nu}}$  est le vecteur unitaire normale à  $\Gamma$  et tangent à  $\Omega_m$ . La formulation variationnelle de l'équation du mouvement nous conduit à l'équation 17.

$$\iint_{\Omega_m} \left( \sum_i \underline{\mathbf{T}}_i \cdot \frac{d\underline{\mathbf{V}}^*}{da_i} \right) da - \iint_{\Omega_m} \underline{\mathbf{F}}_s \cdot \underline{\mathbf{V}}^* da - \int_{\Gamma} \underline{\mathbf{F}}_b \cdot \underline{\mathbf{V}}^* d\Gamma = 0 \quad (17)$$

$\underline{\mathbf{V}}^*$  représente les vitesses virtuelles. L'aspect dynamique est pris en compte en retranchant aux efforts extérieurs les efforts d'inertie.

### 3.2.3 Résolution numérique

La résolution numérique repose sur la méthode des éléments finis avec un schéma de Newmark pour les termes d'accélération dans le cas d'une analyse dynamique. Elle va nous permettre de calculer l'ensemble des vecteurs positions  $\underline{\mathbf{r}}(a_1, a_2)$  définissant la configuration courante, à partir de l'équation 17 discrétisée. La voile est maillée à l'aide d'éléments triangles. La chaîne et la trame seront chacune modélisées par un côté du triangle rectangle. L'hypothénuse de ces mêmes triangles modélisera les directions de biais. Les nœuds du réseau correspondent au sommet des triangles sont repérés par un couple d'indice  $ij$ , respectivement associée à la trame et à la chaîne. La figure 4 détaille cette discrétisation et montre le bilan des forces internes au nœud  $ij$ .

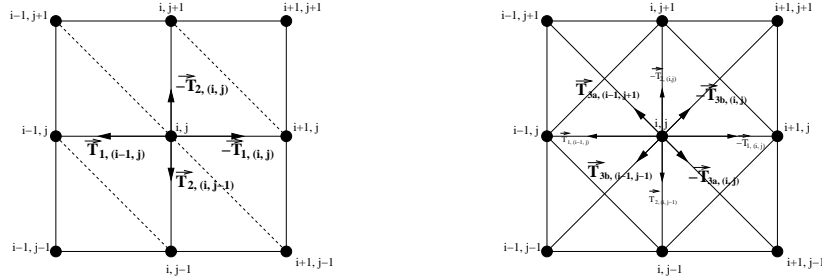


FIG. 4 – Discrétisation d'un réseau de fils chaîne-trame et chaîne-trame-biais. Bilan des forces internes au nœud  $ij$ .

Sur la figure 4, le nœud  $i, j$  est soumis à une force externe  $\underline{\mathbf{F}}_{i,j}$  et aux quatre tensions  $-\underline{\mathbf{T}}_1(i, j)$ ,  $-\underline{\mathbf{T}}_2(i, j)$ ,  $\underline{\mathbf{T}}_1(i-1, j)$  et  $\underline{\mathbf{T}}_2(i, j-1)$ . De cette manière, le réseau présente une raideur selon ces deux directions privilégiés orthogonales mais aucune dans le biais. En considérant les mêmes équations discrètes et avec un maillage conservant le même nombre de nœuds mais faisant apparaître plus de triangles, il devient possible de prendre en compte le biais dans notre modèle. Sur la figure 4, nous remarquons alors que les forces internes précédentes se trouvent complétées par quatre autres tensions tangentées  $-\underline{\mathbf{T}}_{3a}(i, j)$ ,  $-\underline{\mathbf{T}}_{3b}(i, j)$ ,  $\underline{\mathbf{T}}_{3a}(i-1, j+1)$  et  $\underline{\mathbf{T}}_{3b}(i-1, j-1)$  aux biais. Les expressions discrètes des tensions découlent de la relation 14. La tension dans l'élément trame compris entre les nœuds  $(i, j)$  et  $(i+1, j)$  s'écrit :

$$\underline{\mathbf{T}}_1(i, j) = (l_{1\perp}(i, j) K_1(i, j) + l_{1\perp}(i+1, j) K_1(i+1, j)) (\alpha_1(i, j) - 1) \underline{\mathbf{t}}_1(i, j) \quad (18)$$

$l_{1\perp}$  se calcule à chaque itération, pour chaque triangle à l'aide de la surface du triangle et de la longueur  $l_1$ . Les expressions discrètes du vecteur tangent et de l'allongement  $\alpha_1(i, j)$  sont :

$$\underline{\mathbf{t}}_1(i, j) = \frac{\underline{\mathbf{r}}(i+1, j) - \underline{\mathbf{r}}(i, j)}{\|\underline{\mathbf{r}}(i+1, j) - \underline{\mathbf{r}}(i, j)\|} \quad ; \quad \alpha_1(i, j) = \frac{\|\underline{\mathbf{r}}(i+1, j) - \underline{\mathbf{r}}(i, j)\|}{l_{n1}(i, j)} \quad (19)$$

où  $ln_1(i, j)$  correspond à la longueur naturelle du segment trame du nœud  $ij$ . La formulation discrète du premier terme de l'équation d'équilibre (*c.f.* Eq. 17) devient :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} [(\underline{\mathbf{T}}_1(i-1, j) - \underline{\mathbf{T}}_1(i, j)) + (\underline{\mathbf{T}}_2(i, j-1) - \underline{\mathbf{T}}_2(i, j) + \dots \\ & \dots (\underline{\mathbf{T}}_{3a}(i-1, j+1) - \underline{\mathbf{T}}_{3a}(i, j) + (\underline{\mathbf{T}}_{3b}(i-1, j-1) - \underline{\mathbf{T}}_{3b}(i, j)))] \cdot \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) \end{aligned} \quad (20)$$

$N_1, N_2$  le nombre de points respectivement dans les directions de la trame et de la chaîne. Le chargement extérieur, présenté comme une densité surfacique de force, est recalculé en fonction de la surface des triangles, pour obtenir une force  $\underline{\mathbf{F}}(i)$  appliquée aux nœuds de ces triangles. La forme discrète de l'équation 17 se présente sous la forme générale :

$$\sum_{i=1}^{N_1} \sum_{j=1}^{N_2} \underline{\Theta}(i, j) \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) = 0 \quad (21)$$

où  $\underline{\mathbf{V}}^*(i, j)$  représente la vitesse virtuelle du nœud  $ij$ , et  $\underline{\Theta}(i, j)$ , dépendant de  $\underline{\mathbf{r}}(i, j)$ , le bilan des forces au nœud  $ij$ , tel que :

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_{1s}} \sum_{j=1}^{N_{2s}} [(\underline{\mathbf{T}}_1(i-1, j) - \underline{\mathbf{T}}_1(i, j)) + (\underline{\mathbf{T}}_2(i, j-1) - \underline{\mathbf{T}}_2(i, j) + (\underline{\mathbf{T}}_{3a}(i-1, j+1) - \underline{\mathbf{T}}_{3a}(i, j)) \dots \\ & \dots + (\underline{\mathbf{T}}_{3b}(i-1, j-1) - \underline{\mathbf{T}}_{3b}(i, j)) - \underline{\mathbf{F}}_{ij}] \cdot \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) = 0 \quad \forall \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) \quad ; \quad i \in \{ \Omega_m \} \end{aligned} \quad (22)$$

où  $N_{1s}$  et  $N_{2s}$  correspondent aux nombre de points respectivement dans la direction de la trame et de la chaîne appartenant à la surface  $\Omega_m$ . et,

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_{1f}} \sum_{j=1}^{N_{2f}} [\underline{\nu} \cdot \underline{\mathbf{t}}_1 (\underline{\mathbf{T}}_1(i-1, j) - \underline{\mathbf{T}}_1(i, j)) + \underline{\nu} \cdot \underline{\mathbf{t}}_2 (\underline{\mathbf{T}}_2(i, j-1) - \underline{\mathbf{T}}_2(i, j) + \dots \\ & \dots \underline{\nu} \cdot \underline{\mathbf{t}}_{3a} (\underline{\mathbf{T}}_{3a}(i-1, j+1) - \underline{\mathbf{T}}_{3a}(i, j)) + \underline{\nu} \cdot \underline{\mathbf{t}}_{3b} (\underline{\mathbf{T}}_{3b}(i-1, j-1) - \underline{\mathbf{T}}_{3b}(i, j)) + \dots \\ & \dots, - \underline{\mathbf{F}}_{b, ij}] \cdot \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) = 0 \quad \forall \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) \quad ; \quad i \in \{ \Gamma \} \end{aligned} \quad (23)$$

où  $N_{1f}$  et  $N_{2f}$  représentent le nombre de points respectivement dans la direction de la trame et de la chaîne appartenant à la frontière  $\Gamma$ .  $\underline{\mathbf{V}}^*(i, j)$  peut prendre n'importe quelle valeur. Elle sera prise nulle, pour tous les nœuds, excepté le nœud  $ij$ . Dans ce cas L'équation 21 devient :

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} \underline{\Theta}(l, k) \underline{\mathbf{V}}^*(l, k) = 0 \quad \underline{\mathbf{V}}^*(l, k) = 0 \quad ; \quad l \neq i, k \neq j \\ & \underline{\Theta}(i, j) = 0 \quad \underline{\mathbf{V}}^*(i, j) \neq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Appliqué à l'ensemble des nœuds, ce raisonnement abouti à l'obtention d'un système d'équation non linéaire. Chaque équation non linéaire représente la résultante des forces au nœud  $ij$  projetés sur un des trois axes du repère. Autrement dit, pour un système de  $N$  nœuds en trois dimensions nous aurons  $3 \times N$  équations. Ce système est résolu par une méthode itérative directe. La résultante des forces en chaque nœud  $i$ , notée  $\underline{\mathcal{O}}_i^k$ , calculée a la  $k$ -ième itération, tend vers zéro à l'équilibre. La nouvelle configuration  $\underline{\mathbf{r}}^{k+1}(i, j)$  est calculée tel que :

$$\underline{\mathbf{r}}^{k+1}(i, j) = \underline{\mathbf{r}}^k(i, j) + \underline{\mathcal{O}}_i^k \zeta \quad (25)$$

où  $\zeta$  est un coefficient de relaxation limitant les déplacements et limitant les risques de divergence du système.  $\underline{\mathcal{O}}_i^k \zeta$  est donc le déplacement élémentaire effectué à chaque itération. La méthode est itérative, et directe car le déplacement est directement déduit du résidu du système sans faire intervenir d'algorithme de résolution de systèmes d'équations non linéaires du type Newton-Raphson. La calcul prend fin lorsque le critère de convergence est satisfait. Celui-ci porte sur la variation du déplacement moyen de la voile calculé sur l'ensemble des nœuds entre  $N$  itérations.

$$Norm^k - Norm^{k-N} \leq \varepsilon \quad \text{et} \quad Norm^k = \frac{1}{N_n} \sum_{i=1}^{N_n} \| \underline{\mathcal{O}}_i^k \zeta \| \quad (26)$$



Les renforts aux points d'écoute, d'amure et de drisse, sont modélisés en rajoutant aux endroits voulus, des triangles identiques à ceux déjà existants. Les tensions aux nœuds de ces triangles, seront donc doublées ou triplées suivant le nombre de triangles superposés.

### 3.3 Couplage voile-étai

Une voile d'avant est liée au voilier par trois points de fixation, le point d'écoute, le point de drisse et le point d'amure. De plus, son bord d'attaque est soutenu par un câble en acier, l'étai, au moyen de mousquetons permettant à la voile de glisser le long du mat. Dans le modèle de réseau de fils, l'étai est modélisé par un fil. Les liaisons entre le bord d'attaque de la voile et l'étai sont modélisées par des ressorts, c'est à dire par une force de rappel s'exerçant à la fois sur le guindant et l'étai. Cette force est proportionnelle à la distance minimale séparant les nœuds de l'étai de ceux du guindant. La déformation de l'étai est calculée séparément de celle de la voile [2].

## 4 Cas test : Déformation d'une membrane isotrope circulaire

Les deux codes numériques présentés ci dessus ont été testés sur un problème de déformation d'une membrane circulaire constituée d'un tissu isotrope. Elle est fixe en translation sur son périmètre et soumise à une surpression uniforme ( $P = 2 \text{ kPa}$ ,  $5 \text{ kPa}$ ,  $10 \text{ kPa}$ ). Une solution analytique est calculée à partir des travaux de R. Bouzidi [12]. Nous considérons un disque de rayon  $r = 0,1375 \text{ m}$ , constitué d'un tissu isotrope ayant pour module d'élasticité  $K = 600\,000 \text{ N.m}^{-1}$  et pour module de Poisson  $\nu = 0,30$ . A l'état initial, le disque est contenu dans le plan ( $Oxy$ ) de normale  $Oz$ , centré en  $(0,0)$  et se caractérise par aucune pré-tension. Cette configuration initiale est décomposée en 401 nœuds et 760 triangles. Le coefficient de sub-relaxation  $\zeta = 2 \cdot 10^{-8}$ , le critère d'arrêt  $\epsilon = 10^{-7}$ . L'ensemble des solutions est comparé sur la figure 5, partie de gauche.

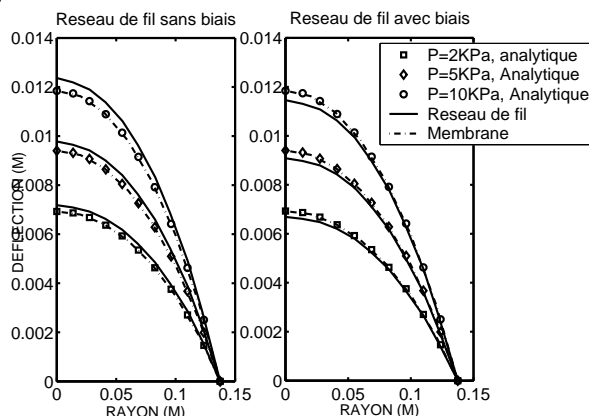


FIG. 5 – Comparaison des déformées du rayon du disque issue de la solution analytique (symboles), du modèle réseau de fils (lignes continues) et du modèle membrane (lignes pointillées).

Pour les faibles pressions, la solution issue du modèle de membrane est inférieure à 1% du rayon. Celle issue du modèle de réseau de fils prédit une deflexion supérieure à celle calculée analytiquement (3 à 4%) lorsque le biais n'est pas pris en compte et inversement dans le cas contraire. C'est dans la direction radiale que les deflexions sont les plus importantes. Les elongations des fils disposées selon le rayon sont respectivement pour les pressions de 2, 5 et 10  $\text{kPa}$  de l'ordre de 0,2 ; 0,4 et 0,7% (par rapport à la longueur naturelle du fil). Ce qui correspond aux ordres de déformation rencontrées pour les voiles. De plus, cela respecte le cadre de validité du modèle défini par les hypothèses de petite déformation formulées au départ. L'ajout d'une raideur dans le biais entraîne une augmentation de raideur dans les directions principales. Cette augmentation dépend de la géométrie du triangle. Par conséquent le biais doit être introduit de manière plus juste à partir d'un essai de traction bi-axial.

## 4.1 Test de traction numérique

A l'image des essais de traction sur les tissus effectués et diffusés par les fabricants de voile, nous avons procédé à des tests de traction numérique. Les tests ont été réalisés pour les directions de trame, chaîne et biais. Les courbes des contraintes en fonction de l'allongement ont été tracées et comparées aux essais issues du fabricant Dimension-Polyant. La figure 6 montre Les courbes obtenus pour une éprouvette comportant 446 nœuds et 1510 triangles. Les modules d'élasticité utilisés, sont calculés d'après les résultats d'essais, en fonction des contraintes correspondantes à un allongement de l'éprouvette de 1% (*c.f.* paragraphe 3.2.1). Les modules sont les suivant : Trame :  $K_1 = 306\,456,69\ Pa$  ; Chaîne :  $K_2 = 341\,480,35\ Pa$  ; Biais :  $K_3 = 205\,768,78\ Pa$ .

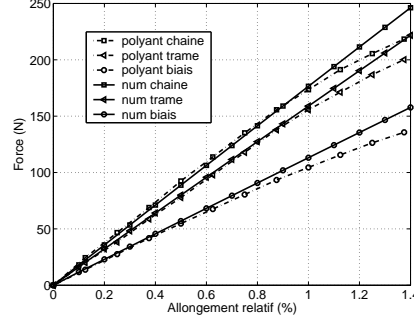


FIG. 6 – Comparaison d'essais tractions numériques avec des essais réels sur MX90 (Dimension-Polyant).

## 5 Modèle fluide : la méthode particulaire

Nous présentons succinctement le modèle d'écoulement tridimensionnel de fluide parfait incompressible en régime instationnaire autour de profils minces développé par Rehbach qui a déjà fait l'objet de nombreuses publications [13]. La particularité de cette méthode réside, d'une part, dans le traitement lagrangien des particules tourbillonnaires constituant le sillage, et d'autre part, par la formulation du problème uniquement sur les frontières de l'écoulement ne nécessitant que le maillage des parois solides.

### 5.1 Écoulement potentiel

La décomposition de Helmholtz conduit à écrire le champ de vitesse absolu dans le repère relatif sous la forme :

$$\underline{\mathbf{U}}_a(\underline{\mathbf{X}}) = \underline{\mathbf{U}}_\infty + \underline{\nabla}\phi + \underline{\nabla} \wedge \underline{\psi} \quad (27)$$

Les potentiels  $\phi$  et  $\underline{\psi}$  traduisent respectivement l'influence des parois solides et de leurs sillages. La condition de glissement permet de calculer le saut de potentiel  $[\phi] = \mu(s)$  représentant les parois (voiles).

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\mathcal{D}} \mu(s) \underline{\nabla} \left( \frac{(\underline{\mathbf{x}}(s') - \underline{\mathbf{x}}(s)) \cdot \underline{\mathbf{n}}(\underline{\mathbf{x}}(s))}{\|\underline{\mathbf{x}}(s') - \underline{\mathbf{x}}(s)\|^3} \right) \cdot \underline{\mathbf{n}}(s') ds = - (\underline{\mathbf{U}}_\infty + \underline{\nabla} \wedge \underline{\psi}(s') - \underline{\mathbf{U}}_e(s')) \cdot \underline{\mathbf{n}}(s') \quad (28)$$

Avec  $\underline{\mathbf{x}}(s)$  et  $\underline{\mathbf{x}}(s')$  deux points de la surface  $\partial\mathcal{D}$  et  $\underline{\mathbf{U}}_e(s')$  la vitesse d'entraînement du corps intégrant le mouvement de corps solide (moment du torseur cinématique d'entraînement) et la vitesse de déformation de la structure ( $\dot{\underline{\mathbf{x}}}(s')$ ). La solution  $\mu(s)$  de ce problème conduit à résoudre un système linéaire en discrétisant les parois en  $N_f$  facettes quadrangulaires planes. Le champ de vitesse en tout point  $\underline{\mathbf{Y}}$  induit par le saut de potentiel est donné par la relation intégrale suivante :

$$\underline{\mathbf{U}}_\phi(\underline{\mathbf{Y}}) = \underline{\nabla}\phi(s) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\mathcal{D}} \mu(s) \underline{\nabla} \left( \frac{(\underline{\mathbf{Y}} - \underline{\mathbf{x}}(s)) \cdot \underline{\mathbf{n}}(\underline{\mathbf{x}}(s))}{\|\underline{\mathbf{Y}} - \underline{\mathbf{x}}(s)\|^3} \right) ds \quad (29)$$

## 5.2 Sillage

La circulation totale dans le fluide étant conservée, toute variation de la circulation autour de l'obstacle est nécessairement compensée par une émission de vorticité dans le sillage dont on impose l'échappement au bord de fuite ce qui exclut les situations de décrochage. Les relations donnant la position  $\underline{\mathbf{X}}_{ir}$  et le poids  $\underline{\mathbf{\Omega}}_{ia}$  de chaque particule tourbillonnaire  $i$  à l'instant de leur création, permettent de définir le transfert de vorticité de la couche limite vers l'écoulement extérieur.

$$\begin{cases} \underline{\mathbf{\Omega}}_{ia} &= [\delta l_i (\mu_i(t + \Delta t) - \mu_i(t))] \underline{\mathbf{i}} + \left[ \Delta t |\underline{\mathbf{U}}_{bf} - \underline{\mathbf{U}}_e| \frac{\mu_{i+1} - \mu_{i-1}}{2} \right] \underline{\mathbf{j}} \\ \underline{\mathbf{X}}_{ir} &= \underline{\mathbf{X}}_{bf} + (\underline{\mathbf{U}}_e + \underline{\mathbf{U}}_{bf}) \frac{\Delta t}{2} \end{cases} \quad (30)$$

avec  $(\underline{\mathbf{X}}_{bf}, \underline{\mathbf{i}}, \underline{\mathbf{j}}, \underline{\mathbf{n}}_i)$  le repère local au bord de fuite ( $\underline{\mathbf{i}}$  tangent au bord de fuite),  $\underline{\mathbf{U}}_{bf}$  la vitesse moyenne intrados/extrados de l'écoulement au bord de fuite et  $\delta l_i$  la longueur du segment émetteur.

La forme discrète du système caractérisant l'évolution dans le fluide d'une particule de position  $\underline{\mathbf{X}}_{ir}$ , et portant un tourbillon  $\underline{\mathbf{\Omega}}_{ia}$  devient :

$$\begin{cases} \frac{D\underline{\mathbf{X}}_{ir}}{Dt} = (\underline{\mathbf{U}}_\omega + \underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\infty - \underline{\mathbf{U}}_e)(\underline{\mathbf{X}}_{ir}, t) & (a) \\ \frac{D\underline{\mathbf{\Omega}}_{ia}}{Dt} = -(\underline{\mathbf{\Omega}}_{ia} \cdot \underline{\mathbf{\nabla}})(\underline{\mathbf{U}}_\omega + \underline{\mathbf{U}}_\phi + \underline{\mathbf{U}}_\infty - \underline{\mathbf{U}}_e)(\underline{\mathbf{X}}_{ir}, t) + (\underline{\mathbf{\Phi}} \wedge \underline{\mathbf{\Omega}}_{ia}) & (b) \end{cases} \quad (31)$$

Avec  $\underline{\mathbf{\Phi}}$  la résultante du torseur cinématique d'entrainement,  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\underline{\mathbf{U}}_r \cdot \underline{\mathbf{\nabla}})$  la dérivée particulaire dans le repère relatif et  $\underline{\mathbf{U}}_\omega = \underline{\mathbf{\nabla}} \wedge \underline{\mathbf{\psi}}$  obtenu au moyen de la loi de Biot et Savart.

$$\underline{\mathbf{U}}_\omega(Y) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_{\mathcal{D}} \frac{\underline{\omega}(Y') \wedge \underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{Y}}'}{|\underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{Y}}'|^3} dv(Y') \quad (32)$$

## 5.3 Efforts exercés par le fluide

Le calcul des efforts au point de contrôle  $P_k$  de chaque facette  $k$  de surface  $S_k$  s'effectue à partir de la loi de Joukovski :

$$\underline{\mathbf{F}}_k = S_k \frac{\partial \mu_k}{\partial t} \underline{\mathbf{n}}_k + \sum_{i=1}^4 v_i \underline{\mathbf{U}}_i \wedge \underline{\mathbf{\Gamma}}_i \quad (33)$$

Avec  $\underline{\mathbf{U}}_i$  la vitesse au milieu du segment  $i$ ,  $\underline{\mathbf{\Gamma}}_i$  l'intensité du segment tourbillonnaire portée par le côté  $i$  après équivalence doublet-tourbillon (Hess & Smith) et  $v_i$  est un coefficient de pondération fonction de la distance du milieu du segment  $i$  considéré au point de contrôle  $P_k$  si le segment appartient à deux facettes.

## 6 Couplage

Le couplage des deux problèmes exprime les effets de l'interaction [3]. Pour les modèles de structure et de fluide qui ont été choisis, les équations de couplage sont de deux type. Les équations cinématique imposent la continuité de la vitesse normale des milieux fluide et solide sur l'interface dans sa configuration déformée. Les équations dynamiques décrivent la continuité de l'effort normal sur l'interface : les efforts extérieurs exercés sur la structure sont les efforts aérodynamiques exercés par le fluide parfait sur sa frontière (efforts de pression). Dès lors, le problème complet s'écrit sous la forme d'un ensemble d'équations non linéaires qui peuvent être intégrées dans le temps par une méthode itérative à l'aide du schéma suivant :

- A : Nouvelle itération temporelle - Une estimation de la configuration au temps  $t + \Delta t$  est  $\underline{\mathbf{r}}^{t+\Delta t} = \underline{\mathbf{Y}}^0$ .
- 1 On résout le problème fluide avec  $\underline{\mathbf{Y}}^k$  ce qui fournit une estimation  $\underline{\mathbf{F}}^k$  pour les efforts.
- 2 On résout le problème de membrane en considérant les efforts extérieurs  $\underline{\mathbf{F}}^k$  et on obtient une nouvelle configuration  $\underline{\mathbf{Y}}^{k+1}$ .

- 3 On reprend en (1) avec  $k \leftarrow k + 1$  ou bien, si un critère de convergence sur la stationnarité de  $\underline{\mathbf{Y}}^k$  est satisfait, on continue en B.
- B :  $\underline{\mathbf{r}}^{t+\Delta t} = \underline{\mathbf{Y}}^k$
- C : Convection du sillage
- D :  $t \leftarrow t + \Delta t$ . Retour en A

## 7 Résultats numériques préliminaires

Nous présentons des résultats obtenus par le couplage d'un code aérodynamique (surface portante - sillage particulière) avec le code de structure membranaire d'une part, et avec le code de réseau de fils d'autre part. Dans ces deux codes numériques, sont pris en compte la déformation de l'étai, et les différents réglages : position du roller, longueur d'écoute et de drisse. Les paramètres du calcul sont :

- pour la structure, voile : génois de First class 8
  - surface  $18 m^2$ , tissu MX90
  - Caractéristique de l'étai : diamètre  $3 mm$ ,  $E = 210\,000 MPa$
  - Caractéristique de l'écoute : diamètre  $3 mm$ ,  $E = 210\,000 MPa$ , longueur  $0,25 m$
- pour le fluide : vitesse vent apparent :  $13 Knts$ , angle vent apparent :  $18^\circ$
- Paramètres numériques code de structure membranaire :
  - nombre de nœuds : 81, nombre de triangles : 126
  - Matrice de comportement  $[C^*]$  issue des tests de tractions (Dimension-Polyant), en  $N.m^{-1}$

$$\begin{bmatrix} 338\,297 & 60\,989 & 0 \\ 60\,989 & 308\,297 & 0 \\ 0 & 0 & 90\,384 \end{bmatrix}$$

- Paramètres numériques code réseau de fils :
  - nombre de nœuds : 84, nombre de triangles : 132,  $\zeta = 2 \cdot 10^{-9}$ ,  $\epsilon = 1 \cdot 10^{-6}$
  - tissu MX90 ( $K_1 = 306\,456,09 N.m^{-1}$ ,  $K_2 = 341\,480,35 N.m^{-1}$ ,  $K_3 = 205\,768,78 N.m^{-1}$ )

Le point d'amure et le point de drisse sont fixes, le point d'écoute peut se déplacer. Il est relié au roller par l'écoute considéré comme inextensible dans le code réseau de fils et très rigide dans le code de structure membranaire : l'allongement de l'écoute est de 0.035% par rapport à sa longueur initiale ce qui entraîne une différence négligeable au niveau de la configuration de la voile par rapport à une écoute inextensible. Sur les figures 7 et 8 nous représentons les lignes de niveau de creux et le champ de pression des voiles en équilibre dans l'écoulement issus des deux codes, dans le plan  $Oxy$ . Le tableau 1 présente les efforts aux points de fixation de la voile et de l'étai issus des deux codes.

	Effort point d'amure (N)	Effort point de drisse (N)	Tension écoute (N)	Tension étai (N)
code réseau de fils	528,97	919,67	647,42	1257,84
code membranaire	353,5	651,33	534,98	1281,69

TAB. 1 – Comparaisons des efforts aux points de fixation issus des deux codes numériques.

La figure 9 représente l'intensité des tourbillons sur les trois premiers guindants de la voile. Bien que nous n'ayons pas encore de comparaison avec un modèle expérimental, la comparaison des formes et des valeurs des efforts calculées par les deux codes nous permettent d'observer et de critiquer déjà nos deux modèles. Les résultats des efforts aux points de fixation montrent tout d'abord une bonne cohésion des efforts entre les deux codes avec une poussée vélique supérieure de 20% pour la voile "réseau de fils". D'allure générale, la voile "réseau de fils" se montre plus déformée. En effet, Le creux maximal est supérieur de 8% au creux maximal de la voile "membranaire", figure 7. Il est à la fois plus localisé et plus reculé. La voile "réseau de fils" est moins vrillée dans la partie haute. Sa deflexion suivant  $Oz$  est inférieure de 10%

à celle de la voile "membranaire". La voile "réseau de fils" se présente alors comme un profil plus cambré que la voile "membranaire". L'écoulement fluide, modélisé par une méthode potentielle, reste attaché tout le long du profil. Il en résulte au niveau des champs de pression dans la cas de la voile "reseau de fil", une zone de forte pression pour la moitié haute, étalée sur 70% de la longueur de corde, alors que la voile "membranaire", voit ses fortes pressions concentrées sur le premier tiers du bord d'attaque. Le creux plus reculée de la voile "réseau de fils" entraîne un bord d'attaque plus affiné, mis en évidence par les intensités de tourbillons de bord d'attaque (figure 9). Des intensités de tourbillon nulles témoignent d'un écoulement laminaire au bord d'attaque. Des intensités négatives correspondent à une voile trop choquée, ou d'une allure pas assez abattue. Les champs de pressions issus du modèles fluide sont en accord avec les déformations et les efforts calculés aux points de fixation de la voile (tableaux 1). Le code membrane prévoit des plis importants, de l'ordre de 20%, au niveau du point d'amure et du point de drisse, certains plis sont même modélisés de manière spatiale par plusieurs éléments. Il prévoit aussi de faibles plissements le long du guindant. Les plis du point de drisse amènent localement la voile à contre et une surpression positive dans la zone haute de la voile (figure 8).

Entre les deux codes les formes ont des similitudes au niveau du guindant, où les positions sont très proches et aussi au niveau du point d'écoute, et ce malgré les différences de modélisation de l'étai et de l'écoute. Par contre, la voile prévue par le code filaire paraît trop déformée, en particulier au niveau du point d'écoute et du point d'amure. A ces endroits, les facettes d'origine "carrés" prennent des formes de losanges témoignant d'une déformation importante. Ces défauts se répercutent sur les frontières de la voile sous forme d'une chute et d'une bordure déformée, et aussi sur le reste de la voile, en prévoyant un creux important et reculé. Cela provient de la manière dont les renforts ont été modélisés : Sur une voile réelle les renforts ne sont pas qu'un ensemble chaîne/trame/biais, mais une superposition importante de fils qui décrivent toutes les directions. Ainsi, dans le modèle, le point d'amure ne peut reprendre correctement que des efforts situés à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  ou  $90^\circ$  alors qu'une modélisation plus réaliste devrait pouvoir reprendre les efforts de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  avec un pas beaucoup plus faible. Ces résultats sont à nuancer, car la coupe de la voile utilisée ici, qui est fortement sollicitée dans le biais, n'est pas une coupe existante : Les fils ne sont pas disposés sur des directions principales d'efforts. Le modèle de réseau de fils ne s'en trouve que plus éprouvé, son point faible étant la modélisation d'efforts dans des directions autres que celles de chaîne, trame et biais.

## 8 Conclusion et perspectives

Le modèle membranaire est aujourd'hui capable de prendre en compte les lattes et le gréement dormant en grands déplacements. Nous travaillons sur l'analyse des critères permettant d'augmenter la vitesse de convergence, mais aussi de valider le modèle de plis voir de l'améliorer. Le modèle filaire calcule des déformations trop importantes, due à une modélisation incomplète des efforts disposés selon des directions intermédiaires aux principales, en particulier au niveau des zones de renforts. Les perspectives sur le modèle filaire sont d'améliorer les modélisations des forces internes hors directions principales chaîne/trame/biais, de prendre en compte la déformation des voiles à coupe orientés tissées (bi-radiale...) ou non (D4, 3DL). Les développements en cours permettent, d'une part, de prendre en compte la déformation de plusieurs voiles simultanément par une approche multi-obstacle, et d'autre part, d'intégrer les éléments rigidifiant (lattes). La comparaison des modèles numériques avec des résultats expérimentaux, est un point important de nos perspectives.

## Références

- [1] Y. ROUX, S. HUBERSON, F. HAUVILLE, P.P. BOIN, M. GUILBAUD & M. BA. Yacht performance prediction : Towards a numerical vpp. In *High Performance Yacht Design Conference*.

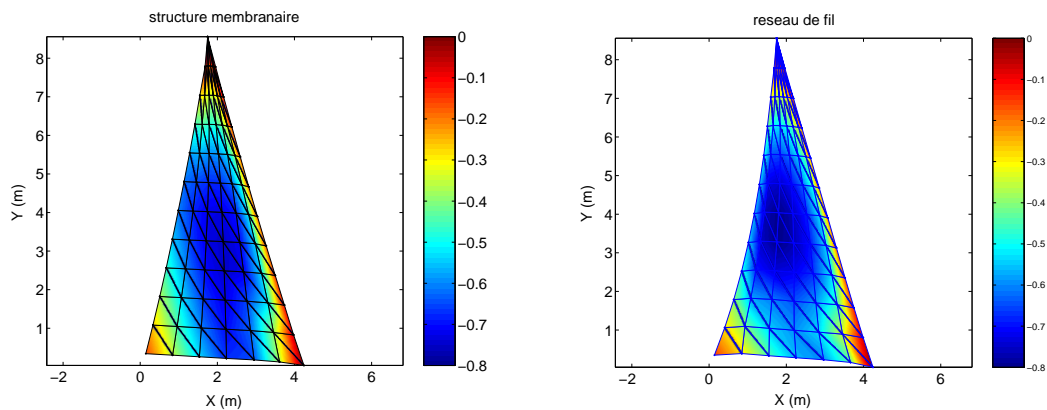


FIG. 7 – Lignes de niveau de creux des voiles issues du modèle membranaire (à gauche) et du réseau de fils (à droite).

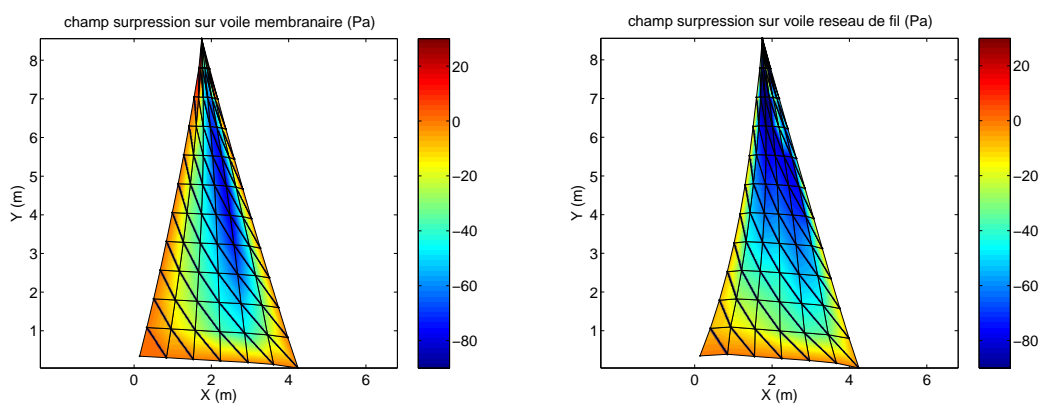


FIG. 8 – Répartition du champ de pression sur les configurations convergées issues du modèle membranaire (à gauche) et du réseau de fils (à droite).

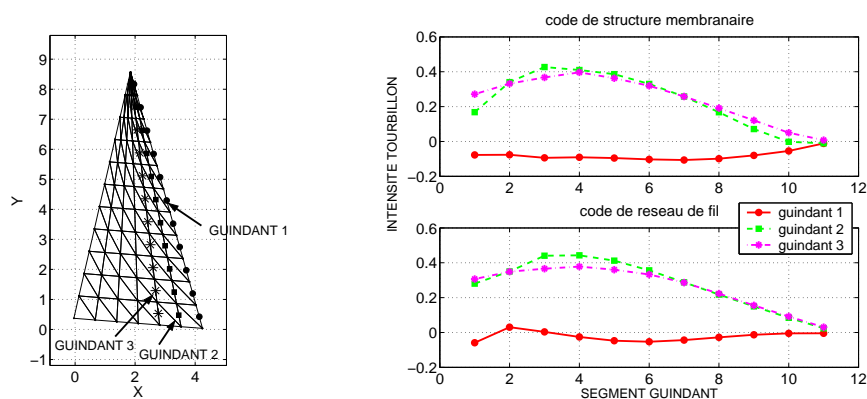


FIG. 9 – Maillage dans le plan  $(Oxy)$  et Position des tourbillons de bord d'attaque (gauche). Intensité composante selon  $Oy$  des tourbillons de bord d'attaque (droite).

Auckland, 4-6 December 2002.

- [2] F. HAUVILLE, S. MOUNOURY, Y. ROUX, J.A. ASTOLFI. équilibre dynamique d'une structure idéalement flexible dans un écoulement : application à la déformation des voiles. In *Journées AUM/AFM - La Mécanique dans les Sciences de la Mer*, Brest, 2-3 septembre 2004.

- [3] F. HAUVILLE, Y. ROUX. Réglage dynamique d'une voile par une méthode d'interaction fluide-structure. In 9<sup>èmes</sup> Journées de l'Hydrodynamique, 2003.
- [4] J.F. IMBERT. *Analyse des structures par éléments finis*. Cépaduès-Editions, 1995.
- [5] O.LE MAITRE, J.E. SOUZA DE CURSI, S. HUBERSON. Large displacements analysis for ideally flexible sails. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 17 :619–636, 1998.
- [6] T. CHARVET, F. HAUVILLE & S.HUBERSON. Numerical simulation of the flow over sails in real sailing conditions. *Journal of Wind Engineering an Industrial Aerodynamics - Special Issue of Sail Aerodinamics*, 63(ISSN 0167 - 6105) :111–129, Octobre 1996.
- [7] P. HEPPEL. Accuracy in sail simulation : Wrinkling and growing fast sails. In *High Performance Yacht Design Conference*, December 2002.
- [8] J.E. SOUZA DE CURSI, O.LE MAITRE, S. HUBERSON. Application of a non-convex model of fabric deformations to sail cut analysis. *J. of Wind Eng. and Industrial Aerodynamics*, 63 :77–93, 1996.
- [9] O.LE MAITRE. *Contribution numérique à la résolution de problèmes d'interaction fluide structure*. PhD thesis, Institut de mécanique INSA de Rouen, 1998.
- [10] J.E. SOUZA DE CURSI. Statique des fils sans raideur à comportement unilatéral. *Journal de Mécanique théorique et appliquée*, 6 :789–825, 1987.
- [11] P. SCHNEIDER, J.E. SOUZA DE CURSI. Non convex optimization and stress unilateral henckys strings. *Computational and Applied Mathematics*, 1996.
- [12] R. BOUZIDI, Y. RAVAUT, C. WIEGLOSZ. A finite-strain energy based solution for an axisymmetrical inflated membranes. *Computers And Structures*, 81 :2479–2490, 2003.
- [13] C. REHBACH. Numerical calculation of three dimensional unsteady flows with vortex sheets. *AIAA, 16th Huntsville*, paper 1978-111, 1978.